

子阵和相位平滑的相位差方向估计方法

陈志菲, 孙进才, 侯宏
(西北工业大学航海学院, 710072, 西安)

摘要: 针对相位差波达方向(DOA)估计方法(PDM)的均方根误差偏离克拉-美罗界较多的问题, 提出了子阵和相位平滑的相位差方向估计方法(SUPDM). 首先将阵列接收信号转换到频域, 并把阵列划分为若干子阵, 然后对各子阵中心频点处的频谱作相干平均后得到各子阵的输出频谱, 再求取输出频谱的相位并进行纵向相位平滑, 以平滑后相位的最大最小值的差值的倒数作为方向估计算子, 最后采用角度搜索得到方向估计算子的峰值所对应的角度, 即为 SUPDM 的方向估计结果. 在不同信噪比和不同角度间隔下, SUPDM 的方向估计性能均优于 PDM, 当存在频谱泄漏时, SUPDM 的成功分辨率仍高于 PDM 和常规波束形成算法. 仿真结果表明, 在单源入射、信噪比为 -5 dB 时, SUPDM 比 PDM 的均方根误差小 0.03° .

关键词: 波达方向; 子阵; 相位平滑; 相位差

中图分类号: TN911.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)10-0072-05

Estimation of Arrival Direction for Phase Difference Method Using Sub Array and Phase Unwrapping

CHEN Zhifei, SUN Jincai, HOU Hong
(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The phase difference method using sub array and phase unwrapping (SUPDM) is presented to improve the arrival direction estimation of the phase difference method (PDM). The sensor outputs are transformed into the frequency domain, and the array is divided into several sub arrays. The coherent average is calculated on the spectra at the center frequency bin in each sub array, and phase angles of the resulting spectra are obtained. Then the transverse phase unwrapping is applied to these phase angles. The reciprocal of the phase difference between the maximum phase and the minimum phase is taken as the DOA estimator, and the peak locations of the spatial spectrum give the DOA estimation. The SUPDM has better performance than that of the PDM under different signal to noise ratios and source separations. The resolution capability of the SUPDM is superior to that of both the PDM and the conventional beam-former when there exists spectrum leakage. The simulation results show that, the root mean square error of the SUPDM estimation has 0.03 degree smaller than that of the PDM when there is single source and the signal to noise ratio is -5 dB.

Keywords: direction of arrival; sub array; phase unwrapping; phase difference

波达方向(DOA)估计是雷达信号处理的一个重要方面, 其中比相方法直接利用阵元接收信号间的相位差计算入射方向, 其频率分析范围受到阵型的限制, 容易出现相位模糊^[1]. 文献[2]利用神经网络算法从相位差信息中估计 DOA, 避免了相位模糊, 但算法相对复杂. 通过搜索多个阵元间最大最小

相位的差值进行 DOA 估计的相位差方向估计方法 (PDM) 不受阵型的限制, 算法简单. 但是相比于常规波束形成算法 (CBF), PDM 方法仅利用了相位信息, 因此其 DOA 估计的均方根误差 (RMSE) 在高信噪比下偏离克拉-美罗界较多^[3].

本文提出子阵和相位平滑的相位差方向估计方法 (SUPDM), 其中子阵处理可以提高 PDM 的方向估计性能, 相位平滑 (PU) 则可抑制 PDM 方法的空间谱图的旁瓣. SUPDM 用于 DOA 估计时不需要相位解缠, 只要各窄带源中心频率不相同, 即使中心频率未知, SUPDM 也可进行方向估计.

1 相位差方法

设有 M 阵元的均匀线列阵接收到一个 θ_0 方向的远场窄带源, 阵元间距 $d \leq \lambda/2$, λ 为窄带源中心频率 f_0 对应的波长, 阵列接收信号为

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}s(k) + \mathbf{n}(k), \quad k = 1, \dots, K \quad (1)$$

式中: K 为快拍数; $\mathbf{A} = [1, \exp(-j\omega_0\tau_0), \dots, \exp(-j(M-1)\omega_0\tau_0)]^T$ 为阵列流型, 其中 $\tau_0 = (d \sin \theta_0)/c$, c 为介质中的声速; $s(k) = A \cos(\omega_0 k \Delta + \alpha)$ 为远场窄带源, 其中 A 、 Δ 和 α 分别为幅度、采样周期和初相位, $\omega_0 = 2\pi f_0$ 为角频率; $\mathbf{n}(k)$ 是服从 $N(0, \sigma^2)$ 的高斯白噪声, 输入信噪比 $\rho = A^2/(2\sigma^2)$.

窄带源中心频点的频谱包含 DOA 信息^[4], 因此将式 (1) 转换到频域作相位匹配后得

$$\mathbf{X}'(\omega_0) = \mathbf{w}^*(\theta) \odot [\mathbf{A}S(\omega_0)] + \mathbf{N}'(\omega_0) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{X}'(\omega_0) = \mathbf{w}^*(\theta) \odot \mathbf{X}(\omega_0)$, 其中上标 $*$ 表示共轭, $\odot$ 为 Hadamard 点乘 (即矩阵元素对应相乘), $\mathbf{w} = [1, \exp(-j\omega_0\tau), \dots, \exp(-j(M-1)\omega_0\tau)]^T$ 为相位匹配量, $\mathbf{X}(\omega_0)$ 是 $\mathbf{x}(k)$ 在 ω_0 的频谱, $\tau = (d \sin \theta)/c$, θ 为搜索角度; $S(\omega_0) = KA \exp(j\alpha)/2$ 是 $s(k)$ 在 ω_0 的频谱; $\mathbf{N}'(\omega_0) = \mathbf{w}^*(\theta) \odot \mathbf{N}(\omega_0)$, 其中 $\mathbf{N}(\omega_0)$ 为 $\mathbf{n}(k)$ 在 ω_0 的频谱.

根据矢量叠加的原则, 将式 (2) 中的加性噪声改写为

$$X'_m(\omega_0) = B_m \exp\{j[\alpha + (m-1)\omega_0(\tau - \tau_0) + \beta_m]\} \quad m = 1, \dots, M \quad (3)$$

式中: B_m 为 $X'_m(\omega_0)$ 的幅度; β_m 为叠加噪声前后单频信号的相位变化量, 定义为相位噪声. 实际测得相位为

$$\Theta_m(\theta) = \text{mod}[\alpha + (m-1)\omega_0(\tau - \tau_0) + \beta_m, 2\pi] \quad m = 1, \dots, M \quad (4)$$

式中: $\text{mod}[\cdot]$ 为求模数运算; $\Theta(\theta) = [\Theta_1(\theta), \dots, \Theta_m(\theta), \dots, \Theta_M(\theta)]^T$ 为 $\mathbf{X}'(\omega_0)$ 的相位向量. PDM 方

法的 DOA 估计算子为

$$P_{\text{PDM}}(\theta) = \frac{1}{\Psi(\theta)} \quad (5)$$

式中: $\Psi(\theta)$ 为 $\Theta(\theta)$ 的最大最小值之差. 由于利用相位差, PDM 不受相位模糊的影响, 因此存在多个中心频率不同且未知的窄带源时, PDM 可叠加分析频带 $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ 内各频点下式 (5) 的结果来估计 DOA, 即

$$P_{\text{PDM}}(\theta) = \sum_i \frac{1}{\Psi_i(\theta)} \quad (6)$$

式中: $\Psi_i(\theta)$ 为 $\Theta_i(\theta)$ 的最大最小值之差, 其中 $\Theta_i(\theta)$ 为频点 ω_i 下相位匹配后的相位, $\omega_i \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}]$. 只要各入射源中心频率相差至少一个频率分辨率, PDM 可在中心频率未知的情况下进行方向估计.

2 相位平滑

相位模糊使式 (5) 给出的空间谱的旁瓣起伏较大, 低信噪比下会产生一些伪峰. 图 1 给出了相位平滑 (PU) 前后式 (4) 的相位曲线及式 (5) 的空间谱图, 这里 θ 的有效范围为 $[-\pi/2, \pi/2]$. 相位平滑定义为当相邻两个相位间的差值大于等于 π 时, 就在后一个相位值上添加整数倍 $\pm 2\pi$, 使相邻相位间差值小于 π . 在给定 θ 下对向量 $\Theta(\theta)$ 的元素作相位平滑定义为纵向相位平滑 (TPU), 对第 m 个阵元上的元素 $\Theta_m(\theta)$ 进行相位平滑则为横向相位平滑 (LPU). 由图 1 可以看出, 纵向相位平滑后主瓣附近的相位曲线没有变化, 即纵向相位平滑不影响 PDM 的 DOA 估计, 但可抑制大部分旁瓣, 而横向相位平滑可以进一步抑制旁瓣, 但多源入射时它会平滑掉某些真实谱峰.

3 子阵相位差方法

为改善 PDM 的 DOA 估计性能, 需要抑制相位噪声 β_m . 当 θ 在 θ_0 附近时, $\Theta_m(\theta)$ 不需要模运算即在 $(-\pi, \pi]$ 内, 即有 $|\alpha + (m-1)\omega_0(\tau - \tau_0) + \beta_m| \leq \pi$, 此时

$$\Psi(\theta) = \Theta_m(\theta) - \Theta_n(\theta) = (m-n)\omega_0(\tau - \tau_0) + \beta_m - \beta_n \quad (7)$$

式中: Θ_m 、 Θ_n 分别为 $\Theta(\theta)$ 的最大和最小值; β_m 、 β_n 为相应的相位噪声. 由 Pawula 在情形 I 中的结论^[5], 相位噪声差服从以下概率密度函数

$$p(\Psi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \exp[-\rho(1 - \cos \Psi \cos \theta)] (1 + \rho + \rho \cos \Psi \cos \theta) \cos \theta d\theta \quad (8)$$

式 (8) 无闭式解, 采用数值拟合的方法以 95% 的置

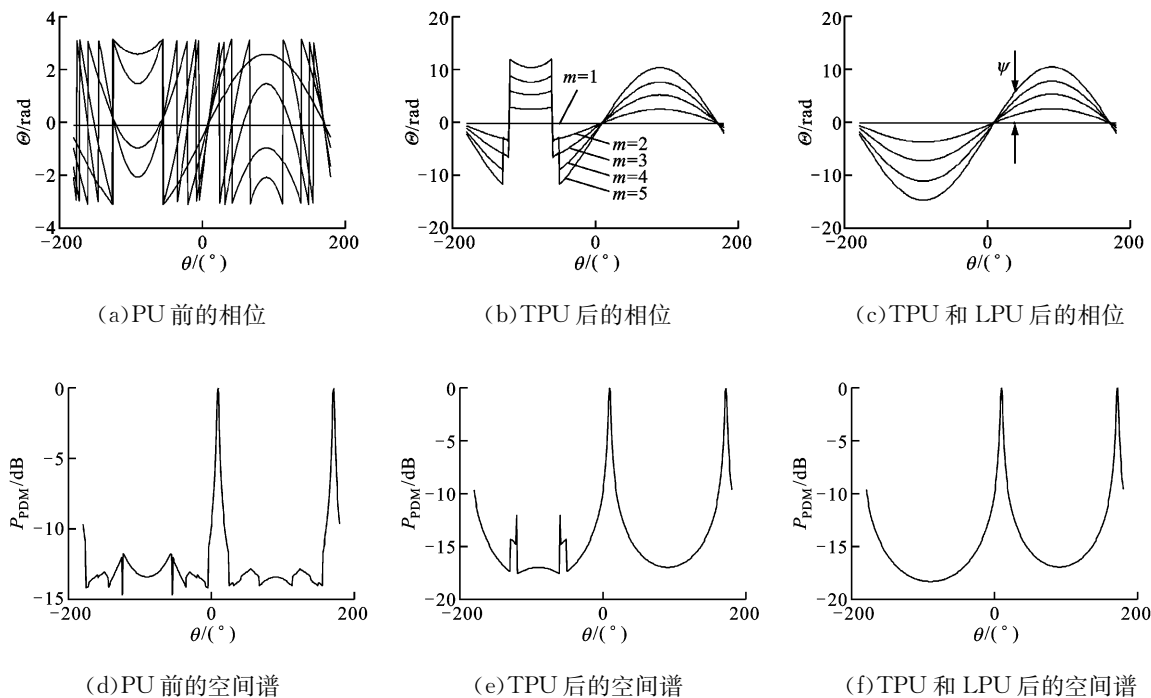


图1 $M=5, \theta_0=10^\circ$ 时相位平滑过程中的相位曲线和空间谱

信度将式(8)拟合为

$$p(\Psi) \approx \frac{1}{(2\pi\sigma_p^2)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{\Psi^2}{2\sigma_p^2}\right\} \quad (9)$$

式中: $\sigma_p^2 \approx \rho^{-1}$. 因此相位噪声差近似服从高斯分布 $N(0, \rho^{-1})$. 图2给出了式(8)和式(9)在不同信噪比下的概率密度曲线. 由图2可以看出, 0 dB 时两者较为吻合, 10 dB 时两者基本一致.

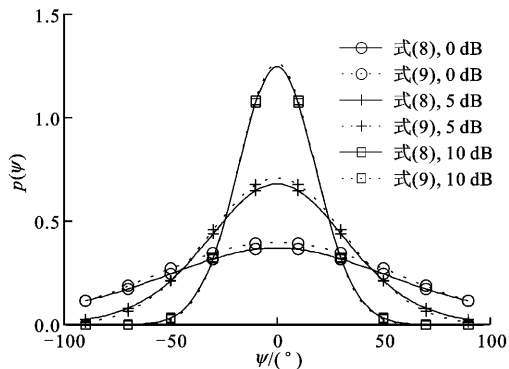


图2 相位噪声差的概率密度函数曲线

PDM 在中心频点上处理, 并且 FFT 作为一种线性变换, 使得式(4)中的相位差信息是准确的, 因此滤波类方法 (如用于频谱估计的 RIAA 算法^[6], 以及全相位谱分析方法^[7] 等高精度相位估计方法) 无法提高 PDM 的估计性能. 互谱预处理可以提高阵列接收信号的信噪比, 但是对互谱 $I_{mn}(\omega) = X_m^*(\omega)X_n(\omega)$ 作相位差运算相当于对 $X(\omega)$ 进行了

2 次相位差运算, 其相位噪声的差可能是 2 个相位噪声差值的差值, 即相位噪声的概率分布由 $N(0, \rho^{-1})$ 变成 $N(0, 2\rho^{-1})$, 因此互谱预处理不能明显改善 PDM 的估计性能.

子阵方法将 M 个阵元划分为 Q 个子阵, 每个子阵中对接收信号作延迟求和相当于进行相干平均, 它可抑制相位噪声, 因此子阵方法可以改善 PDM 的 DOA 估计性能. 假定相位匹配和子阵处理后输出的中心频点频谱为 $Q \times 1$ 维向量 $\mathbf{Y}$, 其第 q 个元素 $Y_q = \sum_{i=1}^P X'_{qi}$, P 为第 q 个子阵的阵元个数, X'_{qi} 为第 q 个子阵中的第 i 个阵元相位匹配后的中心频点频谱, 并且定义 $\mathbf{Y}$ 的相位向量为 $\boldsymbol{\Theta}_Y(\theta)$, 则子阵相位差方向估计方法 (SPDM) 的 DOA 估计算子为

$$P_{\text{SPDM}}(\theta) = \frac{1}{\Psi_Y(\theta)} \quad (10)$$

式中: $\Psi_Y(\theta)$ 为当前搜索角度 θ 下 $\boldsymbol{\Theta}_Y(\theta)$ 的最大最小值之差. SPDM 与空间平滑相似, 但是其子阵可任意划分, 子阵中的阵元数也不必相等.

以前向空间平滑为例, 当子阵中的阵元数为 $P=M-Q+1$ 时, P 越大, Q 就越小, 即 PDM 中可用阵元数 M 较小. 图3给出了 $\theta_0=5^\circ$ 、 $f_0=c/(2d)$ 、 $K=200$ 时, 不同信噪比、不同 M 下 PDM 的 DOA 估计的 RMSE. 随着 M 和信噪比的增大, PDM 的 RMSE 呈单调递减趋势. 当 M 较小时, PDM 的 DOA 估计性能较差, 尤其是在低信噪比下. 当 $M >$

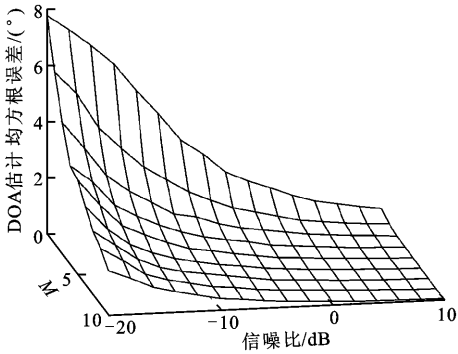


图 3 不同信噪比不同阵元数时 PDM 方法 DOA 估计的均方根误差

6 时, RMSE 曲面的下降趋势趋于平缓, 因此在低信噪比下, PDM 中取 $M=7$ 即可. 高信噪比时, 较小的 M 也可获得较好的 DOA 估计性能, 但 M 至少为 3, 否则多源入射时容易产生伪峰.

SPDM 针对 Q 个子阵的输出频谱作相位差运算. 以前向空间平滑为例, 当子阵中的阵元数为 $P=M-Q+1$ 时, P 越大, Q 就越小, 即相位差运算中可用阵元数 M 较小. SPDM 中 P 越大, 则子阵处理增益 $10\lg P$ 越大, Q 越大, 则 PDM 的 DOA 估计性能越好. 若 $Q=M$, $P=M-1$, 即第 q 个子阵中不含有 $m=q$ 的阵元, 则有

$$\mathbf{Y}(\omega_0, \theta) = \mathbf{w}^H(\theta) \mathbf{X}(\omega_0) - \mathbf{X}'(\omega_0) \quad (11)$$

式(11)相当于整个阵列延迟求和后的信号分别减去每个阵元延迟后的信号, 此时其 DOA 估计性能与未进行子阵划分的 PDM 相当. 对于更加复杂的子阵划分方式, 本文不再详述. 此外, 子阵处理后对相位 $\theta_V(\theta)$ 作纵向相位平滑可改善 PDM 的方向估计性能, 将该方法称为 SUPDM.

4 仿 真

为了验证 PDM、SPDM 和 SUPDM 的方向估计

性能, 将它们与 CBF 方法进行仿真比较. 仿真中取 $M=16$ 的均匀线列阵, 频率分析上限 $f_d=c/(2d)$, 快拍数 $K=200$, 频率分辨间隔 $f_\Delta=f_s/K$, 其中 f_s 为采样频率, 子阵方法中取 $Q=7$ 的前向空间平滑. 入射信号为单频信号, 噪声为 $N(0, \sigma^2)$ 的高斯白噪声, 信噪比定义为所有入射源能量之和与背景噪声的能量比.

图 4 给出了不同信噪比下 500 次独立实验后 PDM、SPDM、SUPDM 和 CBF 方法的 DOA 估计的 RMSE 及相应的 CRB, 4 种方法均在 f_0 上处理. 由于丢失了幅度信息, PDM 方法的 DOA 估计性能低于 CBF 方法. SPDM 和 SUPDM 的 RMSE 曲线相互重合, 它们相比于 PDM 更加逼近 CRB, -5 dB 时 SUPDM 的 RMSE 比 PDM 小 0.03° . 因此, 相位平滑没能提高 PDM 的 DOA 估计性能, 而子阵处理则可以提高其性能.

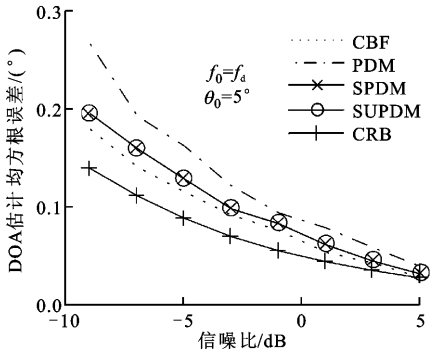


图 4 4 种方法的 DOA 估计均方根误差

当入射源的中心频率不同且未知时, 图 5 给出了不同频率间隔、不同角度间隔和不同信噪比下, 等功率双源入射时 500 次独立实验后 4 种方法的成功分辨率, 它们均通过叠加分析频带内各频点上的估计结果作为最终估计结果. 这里定义当双源的方向估计均在真实入射方向 $\pm 0.3^\circ$ 范围内时, 即认为该

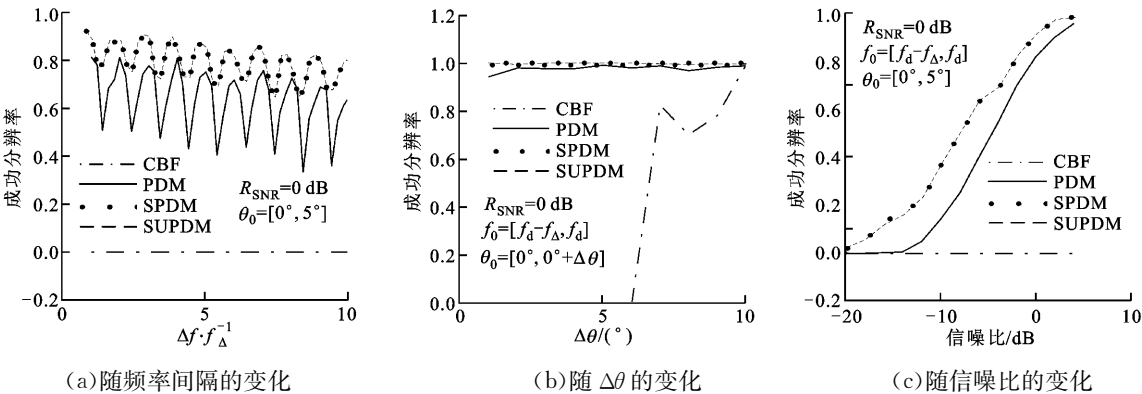


图 5 双源入射时的成功分辨率

方法能成功分辨双源. 图 5a 中成功分辨率曲线呈波浪形, 当双源中心频率位于整数频点上时, SUPDM 具有较高的成功分辨率, 在其他频点上则由于频谱泄露降低了其估计性能, 但仍高于 PDM 和 CBF 方法. 图 5b 中 SUPDM 和 SPDM 方法的成功分辨率最高, 当 $\Delta\theta=1^\circ$ 时它们仍可正确估计入射方向. 图 5c 中 SUPDM、SPDM 和 PDM 方法可以分辨靠得较近的双源, CBF 方法则无法分辨. 图 6 给出了存在 4 个等功率入射源时各方法的空间谱图. 图 6 中 SUPDM 和 SPDM 方法的谱峰更加尖锐.

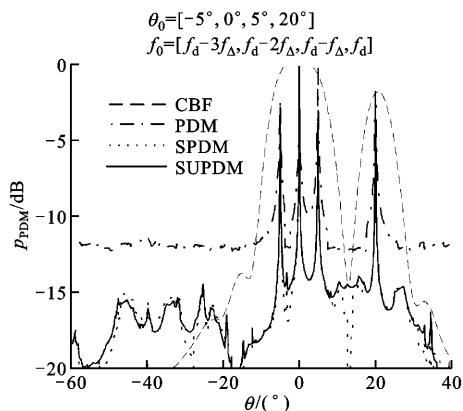


图 6 存在 4 个等功率入射源时各方法的空间谱

5 结 论

本文提出了子阵和相位平滑的相位差方向估计方法(SUPDM), 其中子阵处理改善了 PDM 的方向估计性能, 使 PDM 的 DOA 估计的 RMSE 在高信噪比时更加逼近 CRB. 相位平滑无法提高 PDM 的方向估计性能, 但可抑制其空间谱图中的旁瓣. 存在频谱泄露时, SUPDM 的估计性能仍高于 PDM 和 CBF 方法. 只要入射多源的中心频率相差至少一个频率分辨间隔, SUPDM 就可有效进行方向估计.

参考文献:

- [1] 龚享铤, 袁俊泉, 苏令华. 基于相位干涉仪阵列多组解模糊的波达角估计算法研究[J]. 电子与信息学报, 2006, 28(1): 55-59.
GONG Xiangyi, YUAN Junquan, SU Linghua. A multi-pare unwrap ambiguity of interferometer array for estimation of direction of arrival [J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2006, 28(1): 55-59.
- [2] SHIEH Ching-Sung, LIN Chin-Teng. Direction of arrival estimation based on phase differences using neural fuzzy network [J]. IEEE Transactions on Antennas

and Propagation, 2000, 48(7): 1115-1124.

- [3] KRIM H, VIBERG M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(4): 67-94.
- [4] 牛奕龙, 孙进才, 王毅, 等. 三维参数联合估计的免疫记忆量子克隆算法[J]. 西安交通大学学报, 2009, 43(4): 75-79.
NIU Yilong, SUN Jincai, WANG Yi, et al. Immune memory based quantum clone algorithm for joint estimation of 3-dimensional parameters [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009, 43(4): 75-79.
- [5] PAWULA R F. Distribution of the phase angle between two vectors perturbed by Gaussian noise II [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2001, 50(2): 576-583.
- [6] STOICA P, JIAN L, HAO H. Spectral analysis of nonuniformly sampled data: a new approach versus the periodogram [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(3): 843-858.
- [7] 王兆华, 黄翔东. 基于全相位谱分析的相位测量原理及其应用[J]. 数据采集与处理, 2009, 24(6): 777-782.
WANG Zhaohua, HUANG Xiangdong. Principle of phase measurement and its application based on all-phase spectral analysis [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2009, 24(6): 777-782.

[本刊相关文献链接]

支持向量聚类联合类型熵识别的雷达信号分选方法. 西安交通大学学报, 2010, 44(8): 63-67.
一种多源遥感图像分割的融合新策略. 西安交通大学学报, 2010, 44(6): 88-92.
采用高阶累积量的调频步进信号逆合成孔径雷达成像新方法. 西安交通大学学报, 2010, 44(4): 87-92.
真实地形环境下低空雷达目标回波信号分析. 西安交通大学学报, 2010, 44(4): 103-107.
复杂体制雷达辐射源信号时频原子特征提取方法. 西安交通大学学报, 2010, 44(4): 108-113.
合成孔径雷达图像的最小均方误差线性最优滤波. 西安交通大学学报, 2009, 43(12): 6-10.
地面运动目标不模糊径向速度估计的方法. 西安交通大学学报, 2009, 43(8): 76-79.
采用 Radon 模糊变换的宽带雷达多目标检测方法. 西安交通大学学报, 2009, 43(4): 85-89.

(编辑 刘杨)